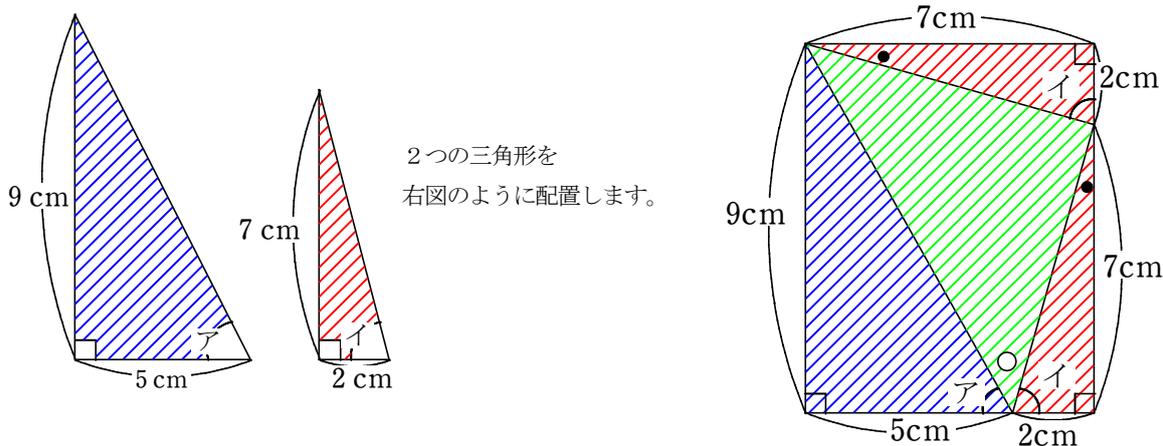


数学科からの問題 No. 5 解答

解説



2つの三角形を
右図のように配置します。

右図の中の緑色の三角形は、二等辺三角形であり、 $\beta + 90^\circ$ なので、緑色の三角形は、直角二等辺三角形である。よって、 \circ は 45° なので、

$$\alpha + \beta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

このような『 \circ の和を求めなさい』という問題は、それぞれ求めて和を求めるのではなく、**うまく組み合わせることで求められる**という問題が多いです。
ちなみに、それぞれの角度の近似値は、 α が 61° 、 β が 74° です。

この問題について、高校数学の三角関数を利用すると、

$$\tan \alpha = \frac{9}{5}, \quad \tan \beta = \frac{7}{2} \text{ より,}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{9}{5} + \frac{7}{2}}{1 - \frac{9}{5} \times \frac{7}{2}}$$

$$= \frac{18 + 35}{10 - 63} = \frac{53}{-53} = -1$$

この結果から、 $\alpha + \beta = 135^\circ$ と求まります。

やはり、それぞれの角度は簡単には求まりませんが、和は簡単に求まります。

次の問題は、高校数学 数学IIの教科書の問題です。

$0 < \alpha < 90^\circ$, $0 < \beta < 90^\circ$ とする。 $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = 3$ のとき、次の値を求めよ。

(1) $\tan(\alpha + \beta)$

(2) $\alpha + \beta$

高校では、上のような解答をするわけですが、今回の問題のように、右の2つの直角三角形を組み合わせると、答が見つかります。
当然高校では、今回の問題のような解答はしませんが……。

