

数学科からの問題 No.12 (2020.6.22出題)

解説

(1) 71 グループの分母は 72 で、 $72=2^3 \times 3^2$ なので、71 グループの分子は、2 でも 3 でも割り切れない数である。

1 から 72 までの自然数の中で、

2 の倍数は、 $2 \times 1, 2 \times 2, \dots, 2 \times 36$ より、36個

3 の倍数は、 $3 \times 1, 3 \times 2, \dots, 3 \times 24$ より、24個

6 の倍数は、 $6 \times 1, 6 \times 2, \dots, 6 \times 12$ より、12個

よって、

$$72 - (36 + 24 - 12) = 24 \quad (\text{個})$$

(2) 420 までの 3 の倍数は、 $3 \times 1, 3 \times 2, \dots, 3 \times 140$ より、140個

分母が 2 から始まっているので、

$$420 - 1 - 140 = 279 \quad (\text{個})$$

(3) 分母が 21 ~ 31 までなので、それぞれのグループについて分子の 5 の倍数を調べる。

分母21 \Rightarrow 5, 10, 20

分母22 \Rightarrow 5, 15

分母23 \Rightarrow 5, 10, 15, 20

分母24 \Rightarrow 5

分母25 \Rightarrow なし

分母26 \Rightarrow 5, 15, 25

分母27 \Rightarrow 5, 10, 20, 25

分母28 \Rightarrow 5, 15, 25

分母29 \Rightarrow 5, 10, 15, 20, 25

分母30 \Rightarrow なし

分母31 \Rightarrow 5, 10, 15, 20, 25, 30

$25=5^2$ に注意すると、5で割り切れる個数は、

$$31 + 5 = 36 \quad (\text{回})$$