

数学科からの問題 No.20 (2020.12.14出題) 締め切り 12/23 (水)

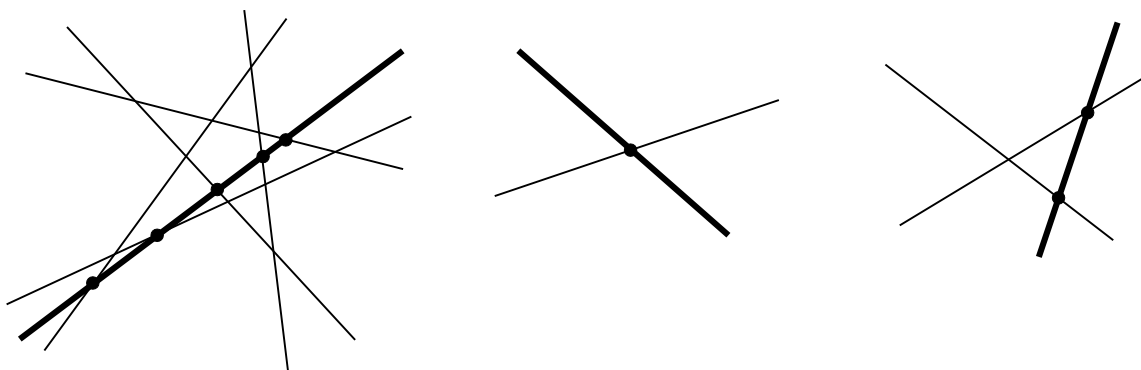
解説

(1) <図1>に6本目の直線を引くと、すでに引かれている5本の直線と1回ずつ交わり、交点は5個増える。

2本目の直線を引くときに1個の交点ができ、3本目の直線を引くときに2個の頂点ができるので、10本の直線を引いたときの交点の個数は、

$$1+2+3+\cdots+9=45 \text{ (個)}$$

<図1>



参考

高校の数学Aの「場合の数と確率」のなかで、同じような問題を考えます。

交点は、2本の直線に対して1つの頂点が決まるので、

『10本の直線から2本の直線を選ぶ組み合わせ』

として考えます。この求め方は、

$${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45 \text{ (個)}$$

として求めます。

(2) <図2>に5本目の直線を引くと、その直線は、すでにある4本の直線を1回ずつ交わり、3つの線分と、2つの半直線の5つの部分に分かれる。この5本目の直線によって、イ、ウ、エ、ク、サの5つの領域がそれぞれ分割され、新しい領域が5つ増えることになる。

領域は、最初の1個（平面全体）から始まり、 x 本目の直線を引くと、 x 個の領域が増えるので、20本目の直線を引くと、

$$1+(1+2+3+\cdots+20)=1+\frac{20 \times 21}{2}=211 \text{ (個)}$$

<図2>

